四庫全書薈要•乾隆御览本

子部

測圓海鏡分類釋術

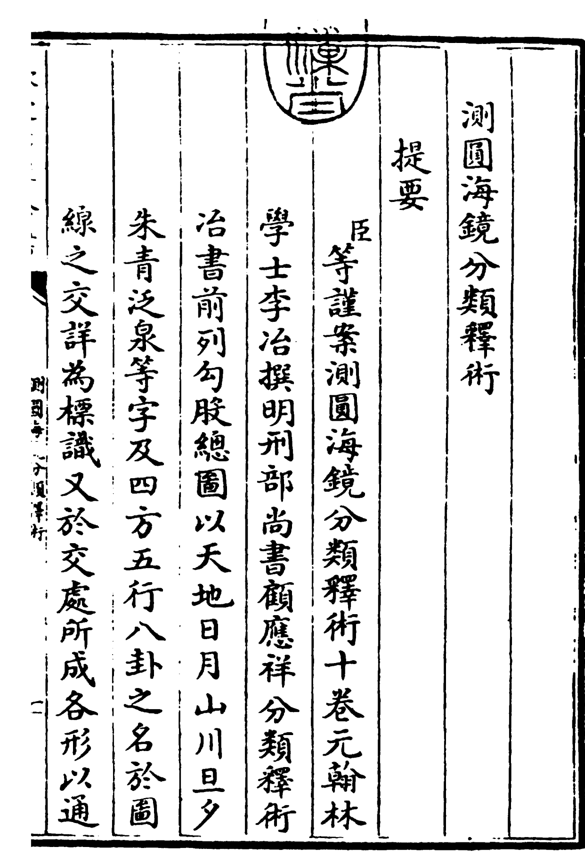
〔元〕李　冶撰〔明〕顧應祥分類釋術

欽定四庫全書薈要

子部

測圓海鏡分類釋術卷一至三

詳校官主事臣陳木



測圓海鏡分類釋術

提要

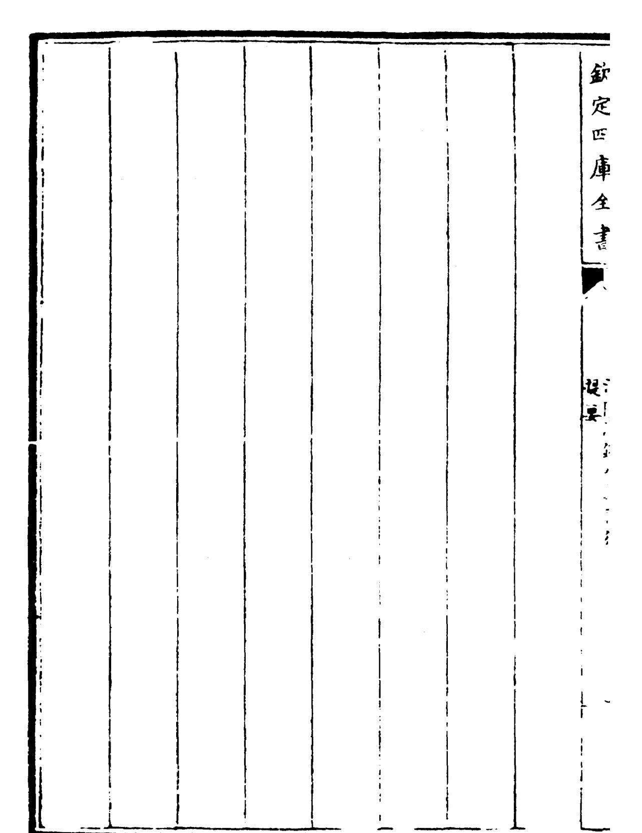
臣等謹案測圓海鏡分類釋術十卷元翰林學士李冶撰明刑部尚書顧應祥分類釋術治書前列勾股總圖以天地日月山川旦夕朱青泛泉等字及四方五行八卦之名於圖線之交詳為標識又於交處所成各形以通

邊黄廣大差小差高平皇極太虛重等諸字記其句股弦之名用以統馭大形小形長線短線以運用和較使不相淆蓋本古勾股之術而通變其法益為巧捷後應祥於唐順之家得其書以其每條細草俱徑立天元一猝不得其端緒乃除去細草别立算術又以所立名類芟節繁文條分縷析使綱目分明秩然有序於治書實有發明非明人好逞私臆

竄亂舊文者比也治字仁卿欒城人所著敬齋古今黈已從永樂大典中裒輯刊行應祥字惟賢長興人弘治中進士著述甚富亦博雅之士云乾隆四十三年二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀



測圓海鏡分類釋術序

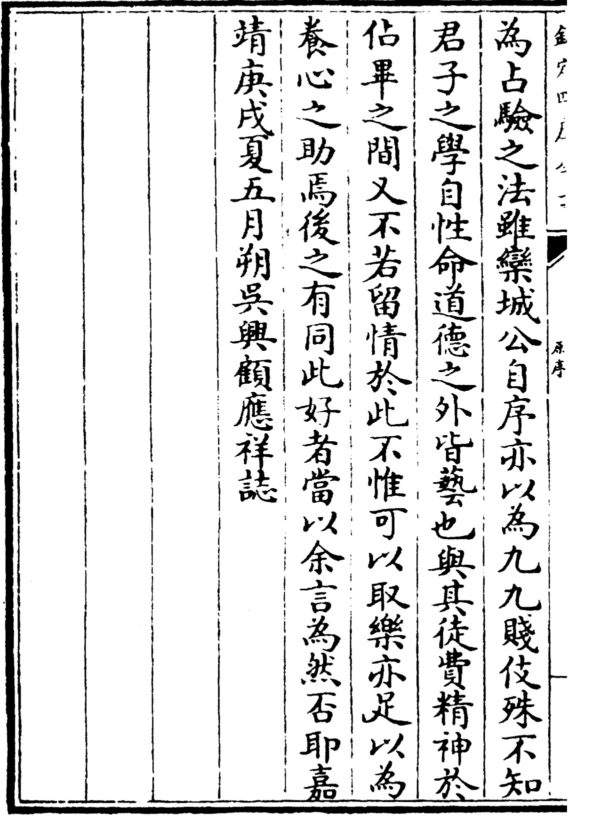
測圓海鏡一書乃元學士欒城李公治所著也專以明算學勾股之法最爲深密世既失其傳而亦罕見其書玆大司馬箬溪顧公取而類分之且爲之釋其詳名曰測圓海鏡分類釋術愚承嗣滇鎮得從公後日炙公之教爲多一日出此書以示且曰古者教小學之士首以六藝其九數者六藝之一也九數起於方田而終於勾股蓋極其奥且難矣孟子曰天之高也星辰之遠也茍

求其故千歳之日至可坐而致也跡其所以求天與星辰之高遠非勾股何以御之而周官土圭測景之術所以窮地之坱圠無垠若指諸掌亦此術也豈得以為古奥而棄之不講乎此公語愚分釋此書之盛心也因請於公録一帙而刻之梓播之四方傳之後世以見公之經濟不獨惠我滇雲而推明朕兆根極領要以繼絶學俟後賢者尚有考於斯焉嘉靖庚戌夏五月朔日古濠沐朝弼謹序

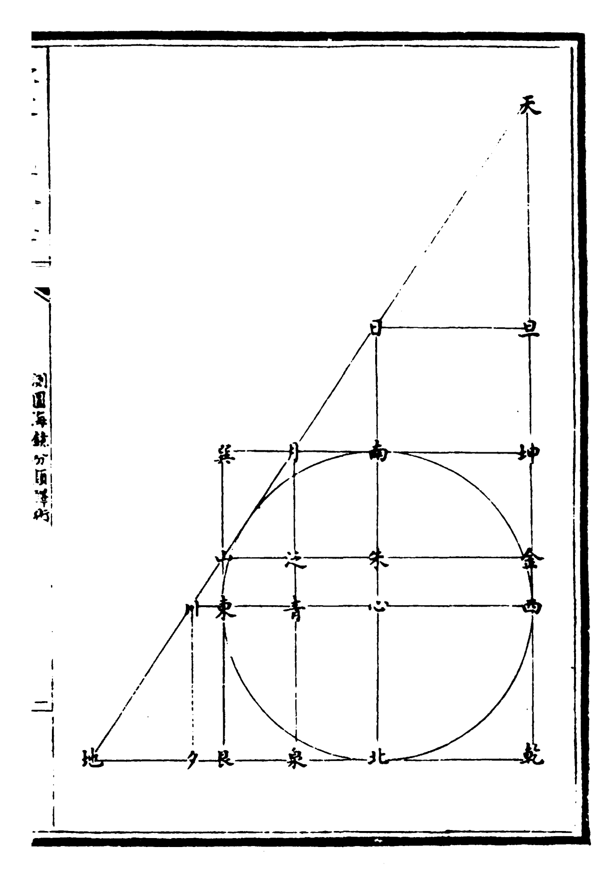
天地之所以神變化而生萬物者陰陽而已一陰一陽交互錯綜而變化無窮焉聖人因其交互錯綜之不齊而置為數術以測之於是乎天地之高深日月之出沒鬼神之幽秘皆可得而知之矣然數之為術雖千變萬化之不同而其要不過一開闔而已開者除也闔者乘也而又有以形求積以積求形之異古之為數者有九九者其用也是故用之以貿易則為粟米用之以分別差等較量遠近則為差分為均輸因其末而欲知其本

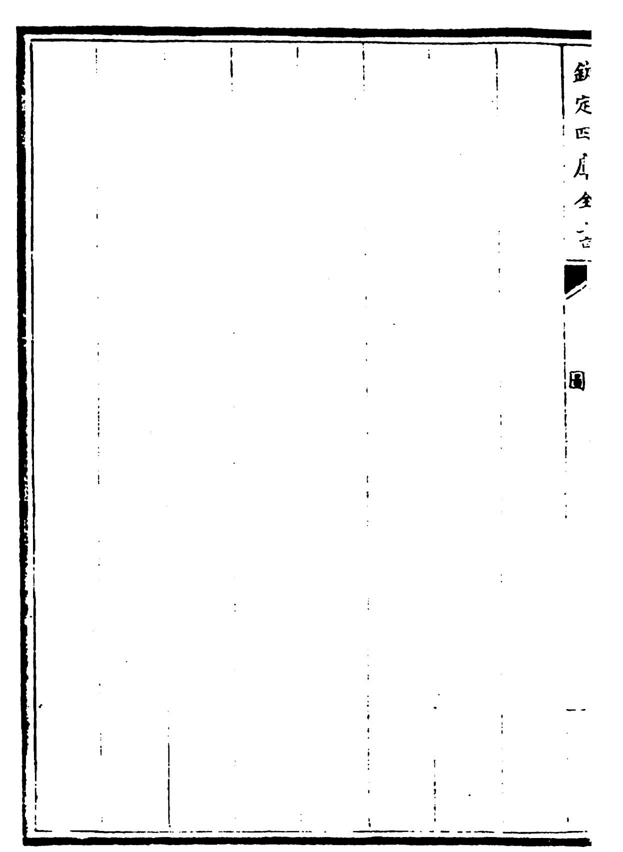
則為盈朒彼此互見則為方程若夫以形求積則方田商功之類是也以積求形則少廣勾股之類是也以形求積者先得其形而復求其積故其為術也易以積求形則先得其積而後求其長短廣狹斜正之形有非乘除所能盡者故必以商除之然而商除亦不能盡也而又立正負廉隅之法以增損附益之故其為術也難余自幼好習數學晚得荆川唐太史所録測圓海鏡一書乃元翰林學士欒城李公治所著雖專主於勾股求容

圓容方一術然其中間如平方立方三乘方帶從減從益廉減廉正隅負隅諸法凡所謂以積求形者皆盡之矣但其每條下細草俱徑立天元一反覆合之而無下手之術使後學之士茫然無門路可入輒不自揆每章去其細草立一算術又以其所立通勾邉股之屬各以類分之語義稍繁者畧加芟損名曰測圓海鏡分類釋術匪敢僭改前賢著述惟以便下學云爾今夫世之論數者俱視為末藝故高明者不屑為之而執泥者遂以

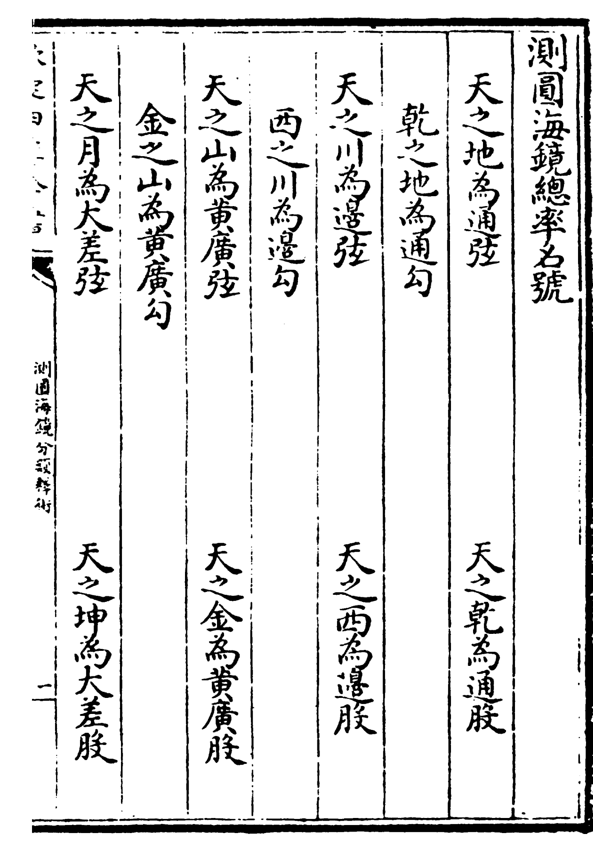


為占驗之法雖欒城公自序亦以為九九賤伎殊不知君子之學自性命道德之外皆藝也與其徒費精神於佔畢之間又不若留情於此不惟可以取樂亦足以為養心之助焉後之有同此好者當以余言為然否耶嘉靖庚戌夏五月朔吳興顧應祥誌


天
日
旦
巽
月
南
坤
山
之
朱
金
川
東
青
心
西
地
夕
艮
泉
北
乾



圖



測圓海鏡總率名號

天之地為通弦　　天之乾為通股

乾之地為通勾

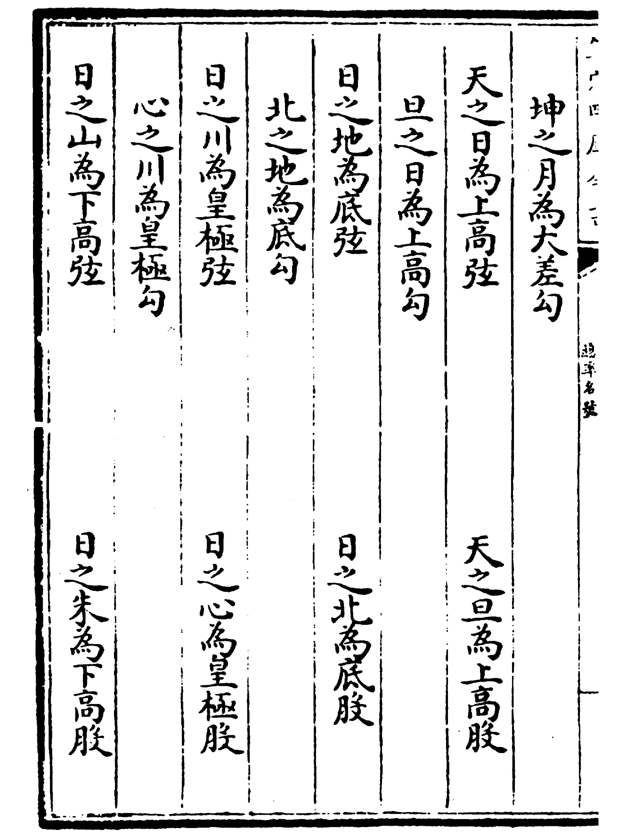
天之川為邊弦　　天之西為邊股

西之川為邊勾

天之山為黃廣弦　　天之金為黃廣股

金之山為黃廣勾

天之月為大差弦　　天之坤為大差股



坤之月為大差勾

天之日為上高弦　天之旦為上高股

旦之日為上高勾

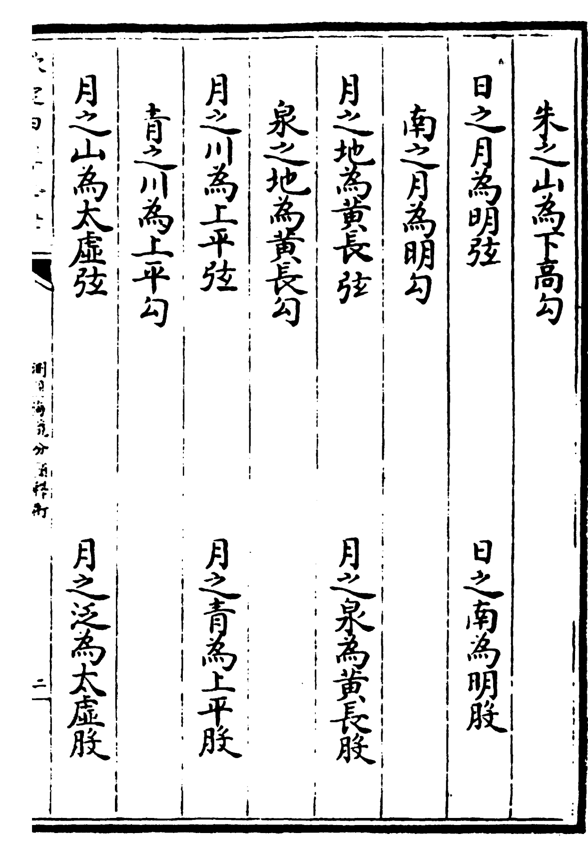
日之地為底弦　日之北為底股

北之地為底勾

日之川為皇極弦　日之心為皇極股

心之川為皇極勾

日之山為下高弦　日之朱為下高股



朱之山為下高勾

日之月為明弦　日之南為明股

南之月為明勾

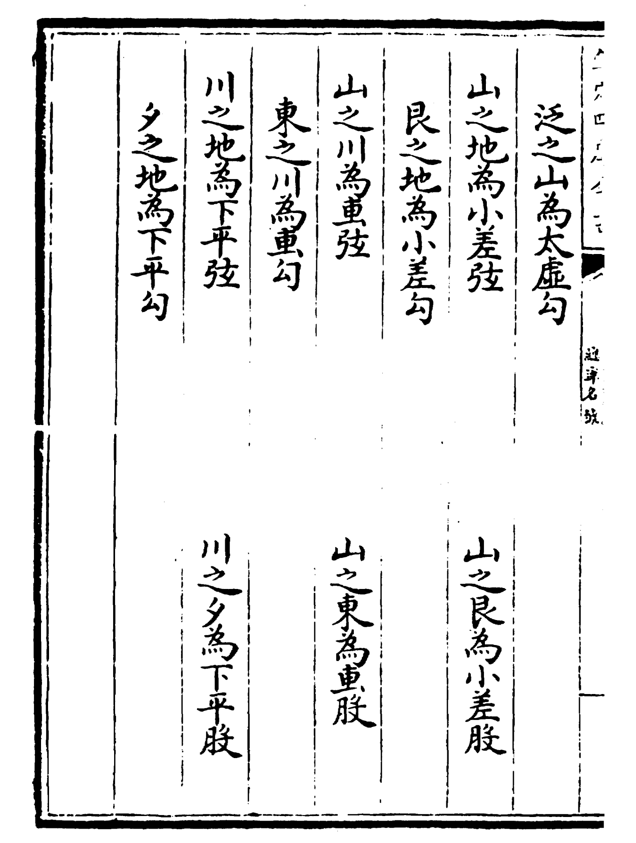
月之地為黃長弦　月之泉為黃長股

泉之地為黃長勾

月之川為上平弦　月之青為上平股

青之川為上平勾

月之山為太虛弦　月之泛為太虛股



泛之山為太虛勾

山之地為小差弦　山之艮為小差股

艮之地為小差勾

山之川為重弦　山之東為重股

東之川為重勾

川之地為下平弦　川之夕為下平股

夕之地為下平勾

勾股步率

通弦六百八十　勾三百二十　股六百

勾股和九百二十　較二百八十

勾弦和一千　較三百六十

股弦和一千二百八十　較八十

弦較和九百六十　較四百

弦和和一千六百　較二百四十

邊弦五百四十四　勾二百五十六　股四百八十

勾股和七百三十六　較二百二十四

勾弦和八百　較二百八十八

股弦和一千〇二十四　較六十四

弦較和七百六十八　較三百二十

弦和和一千二百八十　較一百九十二

黄廣弦五百一十　勾二百四十　股四百五十

勾股和六百九十　較二百一十

勾弦和七百五十　較二百七十

股弦和九百六十　較六十

弦較和七百二十　較三百

弦和和一千二百　較一百八十

大差弦四百〇八　勾一百九十二　股三百六十

勾股和五百五十二　較一百六十八

勾弦和六百　較二百一十六

股弦和七百六十八　較四十八

弦較和五百七十六　較二百四十

弦和和九百六十　較一百四十四

高弦二百五十五上下同　勾一百二十　股二百二十五上下同

勾股和三百四十五　較一百〇五

勾弦和三百七十五　較一百三十五

股弦和四百八十　較三十

弦較和三百六十　較一百五十

弦和和六百　較九十

底弦四百二十五　勾二百　股三百七十五

勾股和五百七十五　較一百七十五

勾弦和六百二十五　較二百二十五

股弦和八百　較五十

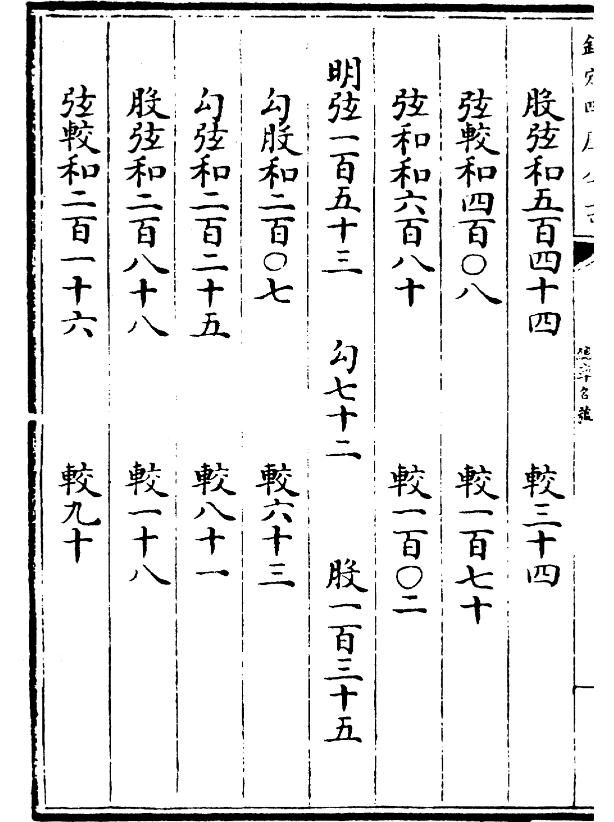
弦較和六百　較二百五十

弦和和一千　較一百五十

皇極弦二百八十九　勾一百三十六　股二百五十五

勾股和三百九十一　較一百一十九

勾弦和四百二十五　較一百五十三



股弦和五百四十四　較三十四

弦較和四百〇八　較一百七十

弦和和六百八十　較一百〇二

明弦一百五十三　勾七十二　股一百三十五

勾股和二百〇七　較六十三

勾弦和二百二十五　較八十一

股弦和二百八十八　較一十八

弦較和二百一十六　較九十

弦和和三百六十　較五十四

黄長弦二百七十二　勾一百二十八　股二百四十

勾股和三百六十八　較一百一十二

勾弦和四百　較一百四十四

股弦和五百一十二　較三十二

弦較和三百八十四　較一百六十

弦和和六百四十　較九十六

平弦一百三十六上下同　勾六十四　股一百二十下上同

勾股和一百八十四　較五十六

勾弦和二百　較七十二

股弦和二百五十六　較一十六

弦較和一百九十二　較八十

弦和和三百二十　較四十八

太虛弦一百〇二　勾四十八　股九十

勾股和一百三十八　較四十二

勾弦和一百五十　較五十四

股弦和一百九十二　較一十二

弦較和一百四十四　較六十

弦和和二百四十　較三十六

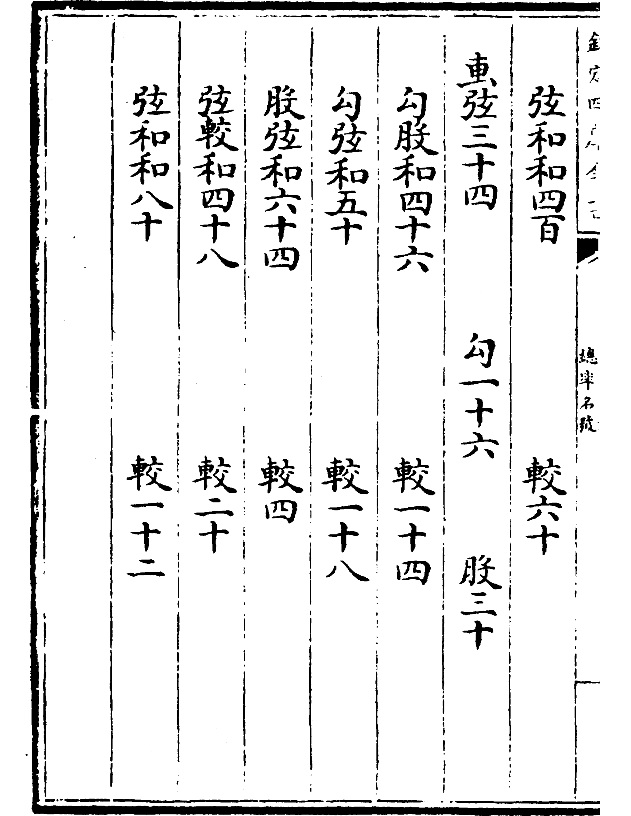
小差弦一百七十　勾八十　股一百五十

勾股和二百三十　較七十

勾弦和二百五十　較九十

股弦和三百二十　較二十

弦較和二百四十　較一百



弦和和四百　較六十

叀弦三十四　勾一十六　股三十

勾股和四十六　較一十四

勾弦和五十　較一十八

股弦和六十四　較四

弦較和四十八　較二十

弦和和八十　較一十二

測圓海鏡分類釋術卷一

元　李冶　撰
明　顧應祥　釋術

圓城不知周徑四面居中開門城外四隅各有十字大街西北隅曰乾東北隅曰艮西南曰坤東南曰巽隨地遠近測望以知城徑

通勾股求容圓一

甲乙二人俱在城外西北隅乾地乙東行三百二十步

甲南行六百步望乙與城相參直問城徑

荅曰城徑二百四十步

釋曰此勾股求容圓徑也東行為通勾南行為通股以通勾股求通弦和較弦和較即容圓徑也

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦併勾股為弦和和為法除之

勾股求弦曰勾自之得一十〇萬二千四百為勾昇股自之得三十六萬為股昇併二昇得四十六

萬二千四百為弦冪平方開之得弦六百八十併勾股得一千六百為弦和和後凡言勾股求弦者俱倣此

甲乙二人俱在城西北隅乾地甲直南行不知步數而立乙直東行三百二十步望見乃斜行六百八十步與甲相會測城徑

釋曰此勾弦求容圓徑也東行為通勾斜行為通弦

術曰勾弦求股勾股相乘倍為實弦和和除之

勾弦求股曰勾自乘得一十〇萬二千四百為勾幂弦自乘得四十六萬二千四百為弦幂相減餘三十六萬為股幂平方開之得股

又術勾弦較乘勾倍之得二十三萬〇四百為實倍較為從作帶從開平方法除之

帶從開平方曰列實於左倍較得七百二十為從約初商得二百　置一於左上為法　置一為隅法帶從方共九百二十為下法除實一十八萬四

千餘實四萬六千四百　倍隅法得四百為廉法約次商得四十置一於左次為上法　置一為隅法併從方廉法共一千一百六十為下法與上次法相乘除實盡後凡言帶從開平方法者俱倣此

甲乙二人俱在城外西北乾隅甲東行不知步數而立乙南行六百步見之復斜行六百八十步與甲會測城徑

釋曰此股弦求容圓也南行為通股斜行為通弦

術曰股弦求勾以乘股倍之為實弦和和除之

股弦求勾曰弦冪減股冪開其餘即勾後凡言股

弦求勾者俱倣此

又術股弦相減餘八十為股弦較相併得一千二百

八十為股弦和以較乘和得一十〇萬二千四百即

勾冪平方開之得勾三百二十減較即城徑

既有勾股求圓徑之法則勾弦求圓股弦求圓可

以例見不必立法因原本有此二問載於後卷故

移附于此

邊勾股求容圓二

甲乙二人俱在城西門甲南行四百八十步乙穿城東

行二百五十六步見之測城徑

釋曰此勾上容圓也南行邊股也東行邊勾也以邊

勾邊股求通圓

術曰勾股相乘倍之得二十四萬五千七百六十為

實勾股求弦得五百四十四併股共一千〇二十四為股弦和為法除之

乙出東門直行不知步數而止甲出西門南行四百八十步見之乃斜行五百四十四步相會問城徑

釋曰此邊股邊弦求邊勾以求通容圓也南行為邊股斜行為邊弦

術曰股弦求勾以乘股得一十二萬二千八百八十為實半股弦和得五百一十二為法除之

甲出西門南行不知步數而立乙穿城東行二百五十

六步見之乃斜行五百四十四步相會問城徑

釋曰此邊勾邊弦求邊股以求通圓徑也東行為邊

勾斜行為邊弦

術曰勾弦求股以乘勾半股弦和除之

底勾股求容圓三

甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲穿城南行

三百七十五步見之問城徑

釋曰此股上容圓也東行為底勾南行為底股以底

勾股求通圓

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦以勾弦和為法除之

乙出南門直行不知步數而立甲出北門東行二百步見之復斜行四百二十五步就乙問城徑

釋曰此底勾底弦求底股以求通圓徑也東行為底勾斜行為底弦

術曰弦冪減勾冪餘平方開之得股與勾相乘得七萬五千為實　勾弦和為法除之得半徑

又術倍勾弦較以乘勾冪得一千八百萬為實　四勾加倍較得一千二百五十為隅法作負隅開平方法除之得半徑

負隅開平方法曰布實於左以隅法約初商一百

置一於左上為法　置一乘隅法得一十二萬五千為隅法與上法相乘除實一千二百五十萬

餘實五百五十萬倍隅法得二十五萬為廉法約次商得二十　置一於左次為上法　置一乘隅筭得二萬五千　併廉法共二十七萬五千為下法與上法相乘除實盡後如此類者倣此

問底股弦求通圓徑

術曰弦并減股并開其餘得勾如前法求之

皇極勾股求容圓四

甲乙二人俱在城中心立乙穿城東行一百三十六步

甲穿城南行二百五十五步望見問城徑

釋曰此勾股上容圓以半圓勾股求全圓徑也東行皇極勾也南行皇極股也

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦為法實如法而一得全徑

皇極勾弦求圓股弦求圓止以勾弦求股股弦求勾依上推之不必立法大差勾股以下倣此

通勾股折中弦上求圓五

甲乙二人俱在城西北隅乾地乙東行一百八十步斜視城中有塔甲南行三百六十步與乙斜對視塔正居城徑之半問城徑

釋曰此弦上容圓也東行為勾南行為股此以勾股求半容圓徑即勾股容方術

術曰勾股相乘為實相併為法實如法而一得半徑

大差勾股求容圓六

甲乙二人俱在城外西南隅坤地乙東行一百九十二

步甲南行三百六十步望乙與城叅直問城徑
釋曰此勾外容圓也東行大差勾也南行大差股也
術曰勾股相乘倍之得一十三萬八千二百四十為
實勾股相減餘一百六十八為勾股較勾股求弦得
四百〇八併較共五百七十六為弦較和以為法除
之得全徑
小差勾股求容圓七
甲乙二人俱在城外東北隅艮地甲南行一百五十步

而止乙東行八十步望乙與城參直問城徑

釋曰此股外容圓也東行小差勾也南行小差股也

術曰勾股相乘倍之得二萬四千為實相減餘七十為較勾股求弦得一百七十減較餘一百為弦較較以為法除之得全徑

太虛勾股求容圓八

甲乙二人俱在城外東南隅巽地乙西行四十八步而止甲北行九十步望乙與城參直問城徑

釋曰此弦外容圓也西行即太虛勾北行即太虛股以太虛勾股反而内向求圓故曰弦外容圓

術曰勾股相乘倍之得八千六百四十為實梠併得一百三十八為勾股和勾股求弦得一百〇二以減和餘三十六為弦和較以為法除之得全徑

明勾股求容圓九

甲乙二人俱在南門乙東行七十二步而止甲南行一百二十五步望乙與城參直問城徑

釋曰此勾外容半圓也東行為明勾南行為明股

術曰勾股相乘倍之得一萬九千四百四十為平實

勾股求弦得一百五十三減勾餘八十一為勾弦較

以為法除之

叀勾股求容圓十

甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止乙東行一十

六步望甲與城相參直問城徑

釋曰此股外容半圓也南行為叀股東行為叀勾

術曰勾股相乘倍之為實勾股求弦以股弦較為法除之

或問黄廣勾股黄長勾股無求圓之法何也曰黄廣之勾黄長之股即圓徑也故不立法曰上下高勾股上下平勾股何以不立法曰上高去城遠下高與上平俱不當城半下平亦不附城故不立法

測圓海鏡分類釋術卷一

測圓海鏡分類釋術卷二　元　李冶　撰

明　顧應祥　釋術

兩勾求容圓一凡七條

圓城不知周徑甲從城外西北隅乾地東行三百二十步乙從城外西南隅坤地東行一百九十二步見之

問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行大差勾也此以城南北

長短二勾求城徑與通股小差股同法

術曰二行相乘倍為實相併為法除之

乙出南門東行七十二步甲從城外西北乾隅東行三百二十步見之問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行明勾也此以城北大勾與城南半勾求城徑與通股重股同法

術曰二行相乘得二萬三千〇四十為實以乙行步七十二為從方作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙出東門直行一十六步而止甲從城外乾隅東行三百二十步望乙與城相參直問城徑

釋曰甲東行通勾也乙東行重勾也此以城北大勾與城東小餘勾求城徑

術曰甲行内减二之乙行餘二百八十八以乘甲行得九萬二千一百六十為平實　四之甲東行减二之乙東行餘一千二百四十八為從方　四為隅法

作負隅減從開平方法開之得半徑

負隅減從開平方曰布實于左從于右約初商得一百　置一於左上為法　置一隅因得四百為隅法以減從方餘八百四十八為下法與上法相乘除實八萬四千八百餘實七千三百六十　倍隅法得八百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一隅因得八十為隅法　併廉法共八百八十以減原從餘三百六十為下法與

上次法相乘除實盡

後凡言負隅減從開平方法者俱倣此

乙出南門折東行七十二步而止甲出北門折東行二百步見之問城徑

釋曰甲從北門東行底勾也乙從南門東行明勾也此以城北半大勾城南半短勾求半城徑

術曰二行相乘得半徑冪平方開之（與邊股重股同法）

如乙出南門東行二十步甲出北門東行七百二十步術同

乙從城外西南坤隅東行一百九十二步而止甲出北門東行二百步見之問城徑

釋曰甲從北門東行底勾也乙從坤隅東行大差勾也此以城北半大勾城南全短勾求城徑與邊股小差股同法

術曰二行相乘得三萬八千四百為實以甲東行二

百為從作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙出東門直行一十六步甲出北門東行二百步望乙與城參直問城徑

釋曰甲行底勾也乙出東門直行重勾也此以城北半大勾城東小餘勾求城徑

術曰二行相減餘一百八十四為底勾重勾較　乙東行自之得二百五十六為重勾冪　較自之得三

萬三千八百五十六減叀勾冪得三萬三千六百為實　倍甲東行得四百為從方作減從開平方法除之得半徑

減從開平方法曰布實於左從於右約初商一百置一於左上為法　置一為隅法以減從方餘三百為下法與上法相乘除實三萬餘實三千六百　倍隅法得二百為廉法　約次商得二十置一於左次為上法置一為隅法　併廉法共二

百二十以減原從餘一百八十為下法與上法相乘除實盡

或於初商除實三萬訖　於從內再減一百餘二百為從方　次商二十於餘從內減二十餘一百八十為下法亦通

後凡言減從開平方法者俱倣此

乙出東門直行一十六步甲出南門東行七十二步望乙與城相叅直問城徑

釋曰甲行明勾也乙之直行重勾也此以城南半勾與城東餘勾求城徑明股重股同法

術曰二行相減餘五十六為明勾重勾較自之得三千一百三十六為較冪東門直行自之得二百五十六為重勾冪二冪相減餘二千八百八十為平實倍明勾得一百四十四為從作　減從翻法開平方開之得半徑

減從翻法開平方曰布實於左從於右約初商得

一百　置一於左上為法　置一為隅法以減從方餘四十四為下法與上法相乘　應除實四千四百實不滿法就於應除數内反減實二千八百八十餘一千五百二十為負積　倍初商得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一為隅法　併廉法共二百二十　從不及減反減從一百四十四餘七十六為下法與上次法相乘除實盡　或於初商反減實二千八百八

十餘一千五百二十為負積　又以初商一百反減餘從四十四餘五十六為負從次商二十併負從共七十六為下法亦通後凡言減從翻法開平方者俱倣此

兩股求容圓二凡七條

乙出南門直行一百三十五步而立甲從城外西北乾隅南行六百步望乙與城相叅直問城徑

釋曰甲從乾隅南行通股也乙出南門直行明股也

此以城西大股與城南餘股求城徑與通勾重勾同

術曰甲行內減二乙行餘三百三十以乘甲行得一十九萬八千為實三甲行內減二乙行餘一千五百三十為從方作帶從開平方法除之得半徑法見一卷

乙出東門南行三十步甲從乾隅南行六百步見之問城徑

釋曰甲南行為通股乙出東門南行三十步為重股

此以西大股與東短股求城徑通勾明勾同法

術曰二行相乘得一萬八千為實以乙南三十為從作帶從開平方法除之得半徑法見一卷

乙居城外東北艮隅南行一百五十步甲從城外西北南行六百步望乙與城參直問城徑

釋曰甲南行通股也乙從艮隅南行小差股也此以城西長股與城東短股求城徑與通勾大差勾同法

術曰二行相乘倍之得一十八萬為實　相併得七

百五十為法除之得全徑

甲出西門南行四百八十步而止乙出東門南行三十步望乙與城參直問城徑

釋曰甲出西門南行四百八十步邊股也乙出東門南行三十步重股也此以城西半股與城東短股求圓徑

俗云半矮梯與底勾明勾同法

術曰二行相乘得半徑幂平方開之

甲出西門南行四百八十步而立乙從城外東北艮隅南行一百五十步見之問城徑

釋曰甲南行邊股也乙從艮隅南行小差股也此以城西南半股與城東北半股求圓徑與底勾大差勾同法

術曰二行相乘得七萬二千為實以甲南行四百八十為從方作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

甲出西門南行四百八十步乙出南門直行一百三十五步相望與城叅直問城徑

釋曰甲南行邊股也乙出南門直行明股也此以城西大半股與城南餘股求圓徑(底勾重勾同法)

術曰二行相減餘自之得一十一萬九千〇二十五為差冪乙行自之得一萬八千二百二十五為明股冪以減差冪餘一十〇萬〇八百為實 倍甲行得九百六十為益從作減從開平方法除之得半徑(法見)

前

乙出東門南行三十步而立甲出南門直行一百三十五步望乙與城參直問城徑

釋曰乙出東門南行叀股也甲直行明股也此以城中餘股與城東小股求圓徑明勾叀勾同法

術曰二術相減餘自之得一萬一千〇二十五為差冪甲直行自之得一萬八千二百二十五為明股冪減差冪餘七千二百為正實　倍乙行得六十為從

方作以從減法開平方法除之得半徑

以從減法開平方曰布實于左從于右約初商得一百　置一於左上為法　置一於右下為隅法以從減隅餘四十為下法與上法相乘除實四千餘三千二百為實　倍隅法得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法置一為隅法併廉法共二百二十減去從方餘一百六十為下法與上次法相乘除實盡後凡言減法開平方

者俱倣此

又為添積帶從開平方法

初商一百　置一於左上為法　置一於右下為隅法對上法相乘得一萬為益實添入積内共一萬七千二百為實　置一帶從得一百六十為下法與上法相乘除實一萬六千餘一千二百為實

倍隅法得二百為廉法　約次商得二十　置一於左次為上法置一為隅法　併廉法共二百

二十與上次法相乘得四千四百為益實添入餘積共五千六百為實置一併廉法從方共二百八十為下法與上次法相乘除實盡

又術明股冄減差冄餘七千二百為實六之重股得一百八十為從方作減從翻法開平方法開之得半徑

減從翻法開平方法見前條

兩弦求容圓三

城南有槐一株城東有柳一株甲出北門東行丙出西門南行甲丙槐柳悉與城相參直既而甲斜行四百二十五步至槐下丙斜行五百四十四步至柳下問城徑

釋曰甲斜行向西南至槐樹下底弦也丙斜行向東北至柳樹下邊弦也此以邊弦底弦互測圓徑

術曰二斜行相減餘自之得一萬四千一百六十一為差冪甲斜行自之得一十八萬〇六百二十五為

底弦幂二幂相減餘一十六萬六千四百六十四為平實 倍邊弦得一千〇八十八為從方作帶從開平方法開之得一百三十六為平弦

帶從開平方法見一卷

出城南門之東有槐甲出北門東行斜望槐樹與城叅直乃斜行二百七十二步至槐下休止東門之南有柳乙出西門南行斜望柳樹亦與城相叅直乃行五百一十步至柳下休止問城徑

釋曰槐在南門東七十二步明勾也甲出北門東行二百步望見槐與城相參直此底勾也斜行至槐下黃長弦也柳在東門之南三十步朿股也丙出西門南行四百八十步望柳與城參直邊股也斜行至柳樹下黃廣弦也此以黃長黃廣二弦立法測望

術曰半甲斜行自之得一萬八千四百九十八為黃廣弦半幷　半乙斜行自之得六萬五千〇二十五為黃長弦半幷倂二行折半自之得一十五萬二千

八百八十一以二升減之餘六萬九千三百六十為

實　併二行共七百八十二為從　作減從開平方

法開之得一百〇二為太虛弦

減從開平方法見二卷底勾東勾條

東門之南有柳南門之東有槐俱不知步甲出東門直

行乙出南門直行立定二人相望視槐柳與城相參

直既而甲斜行三十四步至柳下乙斜行一百五十

三步至槐下問城徑

釋曰此明弦東弦立法測望甲斜行至柳為東弦乙斜行至槐為明弦

術曰二弦相乘倍得一萬〇四百〇四平方開之得太虛弦加東弦即皇極勾加明弦即皇極股以皇極勾股求之得城徑

皇極勾股求容圓見一卷

測圓海鏡分類釋術卷二

測圓海鏡分類釋術卷三

元 李冶 撰

明 顧應祥 釋術

通勾與別股測望一 凡三條

圓城不知周徑乙從城外西南坤隅南行三百六十步而立甲從城外西北乾隅東行三百二十步見之問城徑

釋曰乙從坤南行大差股也甲從乾東行通勾也此

以通勾大差股測望通勾為城北大勾大差股為城西南之虛股

術曰二行相乘得一十一萬五千二百為實　倍乙行得七百二十為從作減從開平方法除之得全徑

減從開平方法見第二卷

又曰二行相併得六百八十為通弦以通勾弦求容圓法求之即得

南門外一百三十五步有樹甲從城外西北乾隅東行

三百二十步見之問城徑

釋曰此以通勾明股立法樹距南門明股也甲之東行通勾也通勾乃城北大勾明股乃城南餘股

術曰東行自之又以樹距南門步乘之得一千三百八十二萬四千為立實　倍樹距南門步以乘東行步得八萬六千四百為從方二為隅筭作帶從負隅開立方法除之得半徑

帶從負隅開立方曰布實於左從尾數至首常超

二位又以從方約之定首位得一百　置一於左上為法　置一自之隅因得二萬為隅法併從方得一十〇萬六千四百為下法與上法相乘除實一千〇六十四萬餘實三百一十八萬四千〇三因隅法得六萬為方法　三因初商得三百又以隅筭因之得六百為廉法　約次商得二十〇置一於左次為上法　置一乘廉法得一萬二千置一自之隅因得八百為隅法併方法從方廉隅

共一十五萬九千二百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從負隅開立方法者俱倣此

乙出東門南行三十步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參直問城徑

釋曰此以通勾重股測望甲東行通勾也乙出東門南行三十步重股也

術曰二行相乘得九千六百為實　以東行三百二

十為從方二為隅筭作減從負隅翻法開平方法除之得半徑

減從負隅翻法開平方曰初商一百　置一於左上為法　置一隅因得二百為隅法以減從方餘一百二十為下法與上法相乘除實一萬二千實不滿法反減實九千六百餘二千四百為負積　倍隅法得四百為廉法次商二十　置一於左次為上法　置一隅因得四十為隅法併廉隅共四百

四十減從不足反減從方三百二十餘一百二十

為下法與上次相乘除實盡

後凡言帶從負隅翻法開平方者俱倣此

底勾與別股測望二

城西門南四百八十步有樹出北門東行二百步見之

問城徑

釋曰此底勾邊股立法測望西門南四百八十步邊

股也出北門東行二百步底勾也底勾居城北勾之

半邊股居城西股之半

術曰二行相乘得九萬六千為實　相併得六百八十為從　二為隅筭　作負隅減從開平方法除之得半徑

負隅減從開平方法見二卷通勾連勾條

圓城出北門北行一十五步折而東行二百〇八步有樹出西門西行八步折而南行四百九十五步見之問城徑

釋曰此以底勾過步帶短股邊股過步帶短勾立法

測望出北門北行為短股折而東為長勾過於底勾

出西門西行為短勾折而南為長股過於邊股

術曰西行為短勾東行為長勾北行為短股南行為長股短勾併長勾以長股乘之得一十〇萬六千九百二十　短股併長股以短股乘之得四千〇八十

相減餘一十〇萬二千八百四十為勾股維乘差

又自之得一百〇五億七千六百〇六萬五千六百

為三乘方實　長股内減二短勾餘與長勾相減餘二百七十一為股減勾差　長勾内減二短股餘與長股相減餘三百一十七為勾減股差　股減勾差與勾減股差彼相減餘四十六以乘勾股維乘差得四百七十三萬〇六百四十為從方　股減勾差與勾減股相乘得八萬五千九百〇七　長短勾併與長短股併相乘又倍之得二十二萬〇三百二十倍勾股維乘差得二十〇萬五千八百六十　三數

相併得五十一萬一千九百〇七為從一廉長短勾

併得二百一十六又四之得八百六十四　倍股減

勾差得五百四十二　二數相併得一千四百〇六

為從二廉作帶從方廉開三乘方法除之得半徑

帶從方廉開三乘方曰置所得三乘方積為實

以從方廉約之初商得一百　置一於左上為法

置一乘從一廉得五千一百一十九萬〇七百

置一自之以乘從二廉得一千四百〇六萬

置一自乘再乘得一百萬為隅法　併從方廉隅共七千〇九十八萬一千三百四十為下法與上法相乘除實七十〇億九千八百一十三萬四千餘積三十四億七千七百九十三萬一千六百為次商之實

倍從一廉得一億〇二百三十八萬一千四百〇三因從二廉得四千二百一十八萬〇四因隅法得四百萬　初商自之〇六因得六萬　初商三

之以乘下廉得四十二萬一千八百相併加入從一廉得九十九萬三千七百〇七為上廉　初商四之帶從二廉得一千八百〇六為下廉次商二十　置一為法　置一乘上廉得一千九百八十七萬四千一百四十　置一自之以乘下廉得七十二萬二千四百併方廉隅共一億七千三百八十九萬六千五百八十為下法相乘除實盡

或作初商一百　置一為法　置一乘從一廉

置一自之以乘從二廉　置一自乘再乘為隅法

併從方廉隅共七千〇九十八萬一千三百四

十為下法與上法相乘除實七十〇億九千八百

一十三萬四千餘實三十四億七千七百九十三

萬一千六百為次實　四因隅法得四百萬為方

法　初商自之　六因得六萬為上廉　初商四

之得四百為下廉　次商二十　置一於左次為

上法　倍初商加次商得二百二十以乘從一廉

得一億一千二百六十一萬九千五百四十　初商三之併初次商因之得三萬六千　次商自之得四百共三萬六千四百以乘從二廉得五千一百一十七萬八千四百　以兩從廉併入從方共一億六千八百五十二萬八千五百八十為從

置一乘上廉得一百二十萬　置一自之以乘下廉得一十六萬　置一自乘再乘得八千為隅法

併方廉隅共五百三十六萬八千帶從共一億七

千三百八十九萬六千五百八十為下法與上法相乘除實盡

此法分别從方從廉明白故重錄附之

出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四步望塔正居城之半問城徑

釋曰此以不及底勾與不及邊股測望南行二百二十五步與高股同即半徑為勾之股東行六十四步與平勾同即半徑為股之勾也當以平勾高股立法

為是但其望塔當城之半故附底勾邊股條下

術曰二行相乘即半徑冪

乙從城外西南坤隅南行三百六十步甲出北門東行

二百步見之問城徑

釋曰此以底勾大差股立法測望乙從坤隅南行大差股也甲東行底勾也底勾為城北東半勾大差股

為城西南虛股

術曰二行相乘得七萬二千倍之得一十四萬四千

為實以南行三百六十為從方作帶從開平方法除之得全徑

帶從開平方法見一卷

乙出南門直行一百三十五步甲出北門東行二百步見之問城徑

釋曰此底勾明股立法測望乙出南門直行明股也甲出北門東行底勾也底勾為城北半勾明股為城南餘股

術曰東行自之以南行乘之得五百四十萬又四之
得二千一百六十萬爲立方實以南門餘股一百三
十五爲從廉作帶從廉開立方法除之得全徑
帶從廉開立方曰置所得立積爲實　以從廉約
之初商二百　置一於左上爲法　置一乘從廉
得二萬七千置一自之得四萬爲隅法　併從廉
共六萬七千爲下法與上法相乘除實一千三百
四十萬餘實八百二十萬　倍從廉得五萬四千

三因隅法得一十二萬相併得一十七萬四千為方法　三因初商帶從廉得七百三十五為廉法約次商得四十　置一於左次為上法置一乘廉法得二萬九千四百置一自之得一千六百為隅法　併方廉隅共二十〇萬五千為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從廉開立方法者俱做此

乙出南門南行一百三十五步而立甲出北門北行一

十五步折而東行二百〇八步見之問城徑

釋曰此底勾帶短股與明股立法測望乙出南門南行明股也甲出北門北行北門外短股也折而東行類底勾而過之

術曰以東行乘南得二萬八千〇八十自之得七億八千八百四十八萬六千四百為三乘方實　東行自之得四萬三千二百六十四以乘南行得五百八十四萬〇六百四十倍之得一千一百六十八萬一

千二百八十為從方　北行自之於上　併南北二行以減東行餘自之減上位餘數減上寄位　併南北二行　以東行乘之倍之以減寄位　餘五萬六千九百八十八為從一廉　四之東行得八百三十二於上　併南北二行減東行餘五十八四之得二百三十二以減上位餘六百為從二廉　四為虛隅作帶從二廉減從翻法開三乘方開之得半徑

帶一廉以從二廉益從減從為法翻法開三乘方

曰列所得三乘方實從一廉從二廉隅法約之

初商一百　置一於左上為法　置一乘從一廉

得五百六十九萬八千八百為益隅之廉　置一

自之以乘從二廉得六百萬為益從之廉併入從

方共一千七百六十八萬一千二百八十為通法

置一自乘再乘以隅因之得四百萬為隅法併

益隅之廉共九百六十九萬八千八百為減實

以減通法餘七百九十八萬二千四百八十為下

法與上法相乘除實七億九千八百二十四萬八千實不滿法翻減實七億八千八百四十八萬六千四百餘九百七十六萬一千六百為負積　二因乘出從一廉得一千一百三十九萬七千六百為益隅之廉　三因乘出從二廉得一千八百萬為益從之廉　又三之初商乘從二廉得一十八萬為益從次廉　四因隅法得一千六百萬為方法

初商自之六因又以隅因得二十四萬為上廉

初商四之隅因得一千六百為下亷　次商二十　置一於左上為法　置一乘從一亷得一百一十三萬九千七百六十併益隅之亷共一千二百五十三萬七千三百六十共為益隅　置一乘益從次亷得三百六十萬　置一自之以乘從二亷得二十四萬併二數加入益從之亷共二千一百八十四萬為益從　併入從方共三千三百五十二萬一千二百八十為通法　置一乘上亷得

四百八十萬　置一自之以乘下廉得六十四萬
置一自乘再乘隅因得三萬六千為隅法　併
方法上下廉隅法得二千一百四十七萬二千
併益隅共三千四百〇〇萬九千三百六十為減
實　以減通法不及減反減通法三千三百五十
二萬一千二百八十餘四十八萬八千〇八十為
負法與上法相乘除負積盡
後凡言帶一廉以二廉益從減從翻法開三乘方

法者俱倣此

甲乙二人同出北門行至東北隅艮地分路乙往南行一百五十步而立甲又東行連前共二百步望乙與城相叅直問城徑

釋曰此底勾小差股立法測望甲前後共東行底勾也乙往南行小差股也

術曰二行相乘又以乙南行乘之得四百五十萬為實二行相減以乘乙南行得七千五百二行相乘得

三萬　二數相併得三萬七千五百為法實如法而一得半徑

又曰二行相乘得三萬為實　倍底勾减小差股餘二百五十為法

乙出東門南行三十步而立甲出北門東行二百步望乙與城相參直問城徑

釋曰此底勾重股立法測望乙出東門南行重股也甲出北門東行底勾也

術曰二行相乘得六千為平實　相減得一百七十為從方作減從翻法開平方法除之得半徑

減從翻法開平方法見二卷

又曰乙南行自之得九百為重股冪以乘東行得一十八萬為立實　重股冪為從方　東行內減二之乙南行餘一百四十為益廉作帶從減益廉翻法開立方法除之得半徑

帶從減益廉翻法開立方曰置所得積一十八萬

以從方亷約之　初商一百　置一於左上為法

置一乘從亷得一萬四千置一自之得一萬為

隅法帶從方共一萬〇九百以減益亷餘三千一

百為下法與上法相乘除實二十一萬實不滿法

反減實一十八萬餘一十三萬為負積　倍益

亷得二萬八千三因隅法得三萬為方法　三因

初商得三百為亷法　約次商得二十　置一於

左次為上法　置一乘益亷得二千八百併入倍

益廉得三萬〇八百　置一乘廉法得六千置一自之得四百為隅法併方從方廉隅共三萬七千三百反減益廉三萬〇八百餘六千五百為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從減廉翻法開立方法者倣此

大差勾與別股測望三

甲乙二人俱在城西門南行至西南坤隅分路乙往東行一百九十二步而立甲復南行計前後共四百八

十步望乙與城相叅直問城徑

釋曰此大差勾與邊股立法測望乙自坤隅東行大差勾也甲自西門往南共行邊股也

術曰二行相乘得九萬二千一百六十　又以乙東行乘之得一千七百六十九萬四千七百二十為實　二行相減餘二百八十八亦以東行乘之得五萬五千二百九十六　加二行相乘之數共一十四萬七千四百五十六為法實如法而一得半徑

又曰二行相乘為實　倍甲南行減乙東行餘為法
甲從城外西南坤隅東行一百九十二步乙從東北艮
隅南行一百五十步望甲與城相叅直問城徑
釋曰此大差勾與小差股立法測望甲東行大差勾
也乙南行小差股也與小差勾大差股同
術曰二行相乘倍之即全徑𠔁
小差勾與别股立法測望四
乙從城外東北艮隅東行八十步甲從城外西北乾隅

南行六百步見之問城徑

釋曰此小差勾與通股立法測望乙從艮隅東行小差勾也甲從乾隅南行通股也與通勾大差股同法

術曰二行相乘倍之得九萬六千為實 二之東行得一百六十為從 作帶從開平方法除之得半徑

帶從開平方法見一卷

乙從城外東北艮隅往東行八十步甲出西門南行四百八十步見之問城徑

釋曰此小差勾與邊股立法測望乙東行小差勾也

甲南行邊股也

術曰二行相乘倍之得七萬六千八百為實以乙東行為從作帶從開平方法除之得全徑

帶從開平方法見一卷

乙從艮隅東行八十步而立甲從城外西南坤隅南行三百六十步見之問城徑

釋曰此以小差勾大差股立法測望乙東行小差勾

也甲南行大差股也

術曰二行相乘倍之即圓徑弁

明勾與別股測望五

乙出南門東行七十二步而立甲從城外西北乾隅南行六百步望乙與城相參直問城徑

釋曰此明勾通股立法測望乙出南門東行明勾也甲從乾隅南行為通股

術曰二行相乘得四萬三千二百為實　以甲南行

六百為從方　二為隅法作負隅減從開平方法除之得半徑

負隅減從開平方法見二卷

乙出南門東行七十二步而立甲出西門南行四百八十步望乙與城相叅直問城徑

釋曰此明勾邊股立法測望乙東行明勾也甲南行邊股也

術曰乙東行自之得五千一百八十四為明勾冪以

南行乘之得二百四十八萬八千三百二十為立方實　明勾昇為從　南行內減二東行餘三百三十六為益廉　作帶從減廉開立方法除之得半徑帶從減廉開立方曰置所得立方實以從方從廉約之　初商一百　置一於左上為法　置一乘益廉得三萬三千六百　置一自之得一萬為隅法帶從方共一萬五千一百八十四　以減益廉餘一萬八千四百一十六為下法與上法相乘

除實一百八十四萬一千六百餘實六十四萬六千七百二十為次商之實　倍益廉得六萬七千二百　三因隅法得三萬為方法三因初商得三百為廉法　約次商得二十　置一於左上為法置一乘益廉得六千七百二十加入前倍廉共七萬三千九百二十　置一乘廉法得六千　置一自之得四百為隅法併方法從方廉隅共四萬一千五百八十四以減益廉餘三萬二千三百三

十六為下法與上法相乘除實盡

後凡言帶從減廉開立方法者俱倣此

又曰明勾邊股相乘得三萬四千五百六十為實

明勾邊股相減餘四百〇八為從方　一虛法作減

從開平方除之尤捷

甲出南門東行七十二步而立乙出東門南行三十步

望乙與城相參直問城徑

釋曰此明勾𠂻股立法測望甲出南門東行明勾也

乙出東門南行車股也

術曰二行相乘得二千一百六十為實　相併得一百〇二為從　作以從減法開平方除之得半徑

以從減法翻法開平方曰置實于左從於右　約初商得一百　置一於左上為法　置一為隅法以從減隅隅不及減從內翻減隅一百餘二為負從以負從為下法與上法相乘得二百　反增入實內共二千三百六十四為次商之實　倍隅

法得二百為亷法　約次商得二十　置一於左次為上法　置一為隅法併亷隅共二百二十以從減之餘一百一十八為下法與上法相乘除實盡後凡如此類者俱倣此通變隨宜

又術二行相併得一百〇二為太虛弦相減餘四十二即太虛勾股較　倍弦幂減較幂餘一萬九千〇四十四平方開之得一百三十八為太虛勾股和加較半之為股減較半之為勾　以太虛勾股求圓

徑

又曰二行相乘倍為實　相減餘為從　作帶從開平方法除之得虛勾二行相併即虛弦以勾弦求股以得圓徑

重勾與別股立法測望四

乙出東門直行一十六步甲從城外西北乾隅南行六百步見之問城徑

釋曰此以重勾通股立法測望乙出東門直行重勾

也甲從乾隅南行通股也

術曰甲南行自之又以乙東行一十六乘之得五百七十六萬為立方實　倍東行以乘南行得一萬九千二百為從方　二為隅作帶從負隅開立方法除之得半徑

帶從負隅開立方法見前通勾明股

乙出東門直行一十六步甲出西門南行四百八十步見之問城徑

釋曰此重勾邊股立法測望乙出東門直行重勾也甲出西門南行邊股也

術曰二行相乘得七千六百八十又以南行乘之得三百六十八萬六千四百又四之得一千四百七十四萬五千六百為立方實　以東行一十六步為從廉作帶從廉開立方法除之得全徑

帶從廉開立方法見前底勾明股條

圓城不知周徑南門外一百三十五步有樹出東門直

行一十六步見之問城徑
釋曰此直勾明股立法測望出東門外一十六步為
直勾城東之餘勾也樹在城南一百三十五步為明
股城南之餘股也以餘勾餘股測城徑
術曰餘勾餘股相乘為勾乘股冪自之得四百六十
六萬五千六百為三乘方實　勾乘股冪倍之得四
千三百二十又以餘勾餘股併乘之得六十五萬二
千三百二十為從方　餘勾餘股相併自之得二萬

二千八百〇一餘勾餘股相減自之得一萬四千一百六十一二數相減餘八千六百四十為益廉　作帶從廉添積開三乘方法除之得半徑

帶從益廉添積開三乘方曰置所得三乘方積以從方廉約之初商一百　置一於左上為法　置一乘從益廉得八十六萬四千併從方共一百五十一萬六千三百二十為益積之法與上法相乘得一億五千一百六十三萬二千為益實添入原

積共一億五千六百二十九萬七千六百為通實

置一自乘再乘得一百萬為隅法與上法相乘

除實一億餘五千六百二十九萬七千六百為次

實　二因益廉得一百七十二萬八千　四因隅

法得四百萬為方法　初商自之　六因得六萬

為上廉　初商四之得四百為下廉　約次商得

二十置一於左次為上法　置一乘益廉得一十

七萬二千八百併前倍廉共一百九十〇萬〇八

百　併從方共二百五十五萬三千一百二十為益積之法與上法相乘得五千一百〇六萬二千四百為益實添入次實共一億〇七百三十六萬為通實置一乘上廉得一百二十萬　置一自之以乘下廉得一十六萬置一自乘再乘得八千為隅法併方廉隅共五百三十六萬八千為下法與上法相乘除實盡

又為帶從方廉減隅翻法開三乘方

其法曰初商一百　置一於左上爲法　置一自乘再乘得一百萬爲隅法　置一乘從廉得八十六萬四千併從方共一百五十一萬六千三百二十以減隅法不及反減隅法一百餘五十一萬六千三百二十爲負隅與上法相乘得五千一百六十三萬二千加原實共五千六百二十九萬七千六百爲次商之實　四因隅法得四百萬爲方法

初商自之六因得六萬爲上廉　初商四之得

四百為下廉　次商二十置一於左次為上法
置一乘上廉得一百二十萬置一自之以乘下廉
得一十六萬　置一自乘再乘得八千為隅法併
方法廉隅共五百三十六萬八千為通隅　倍初
商加次商得二百二十以乘從廉得一百九十〇
萬〇八百併從方共二百五十五萬三千一百二
十以減通隅餘二百八十一萬四千八百八十為
下法與上法相乘除實盡

後凡言如此類立法者倣此

又術曰以樹去南門步自之得一萬八千二百二十五為餘股幂副置二位一以餘股乘之得二百四十六萬〇三百七十五為餘股立幂一以餘勾乘之得二十九萬一千六百為勾乘股立幂相乘得七千一百七十四億四千五百三十五萬為三乘方實　餘勾餘股相乘得二千一百六十為勾股相乘幂倍之以乘餘股立幂得一百〇六億二千八百八十二萬

為從方　餘勾自之得二百五十六為餘勾幂四之以乘餘股得一十三萬八千二百四十　倍勾乘股立幂得五十八萬三千二百　二數相減餘四十四萬四千九百六十為從二減廉　以勾股相乘幂為隅筭　作從廉減從方負隅開三乘方法除之得八十一為明勾弦較以除明股幂得二百二十五為明勾弦和　加較半之為弦減較半之為勾　勾股相乘倍為實　以較除之得通弦和較通弦和較即城

徑也

從廉減從方負隅開三乘方曰約初商八十置一於左上爲法置一自之以乘從廉得二十八億四千七百七十四萬四千以減從方餘七十七億八千一百〇七萬六千　置一自乘再乘得五十一萬二千以隅筭因之得一十一億〇五百九十二萬爲隅法　併從方共八十八億八千六百九十九萬六千爲下法與上法相乘除實七千一百〇

九億五千九百六十八萬餘實六十四億八千五百六十七萬為次實　四因隅法得四十四億二千三百六十八萬為方法　初商自之六因又以隅因得八千二百九十四萬四千為上廉　初商四之隅因得六十九萬一千二百為下廉　約次商得一　置一於左次為上法　倍初商加次商得一百六十一又併初次商為八十一乘之得一萬三千〇四十一以乘從廉得五十八億〇二百

七十二萬三千三百六十以減餘從餘一十九億七千八百三十五萬二千六百四十為從方　置一乘上廉　置一自之以乘下廉俱如舊　置一自乘再乘仍得一為隅法併方法從方廉隅共六十四億八千五百六十七萬為下法與上法相乘

除實盡

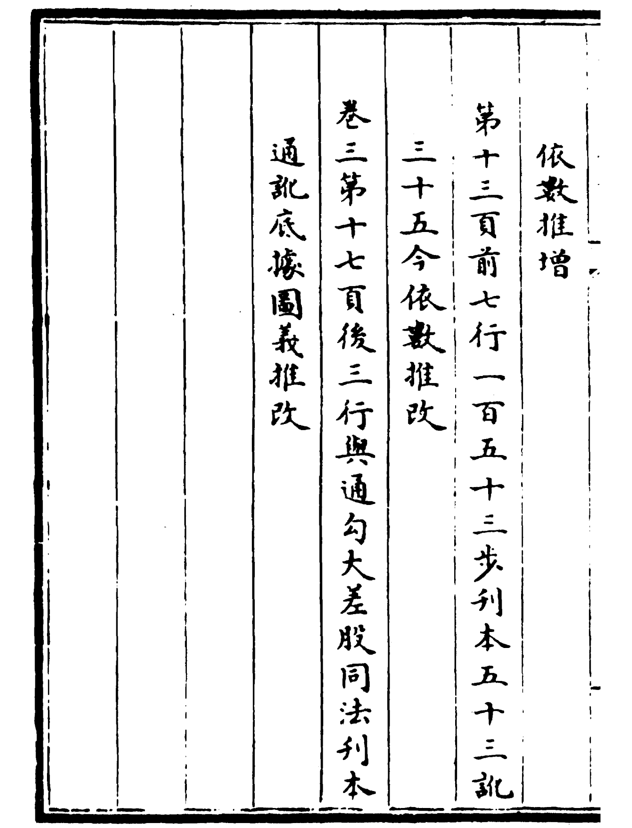
謹案卷一第三頁後六行萬二千四百刋本千訛十今改

第七頁前一行二百五十五步刋本五步訛六步今依數推改

第九頁後八行此股外容半圓也刋本半圓二字倒今改正

卷二第十一頁後七行餘自之刋本自訛曰今改

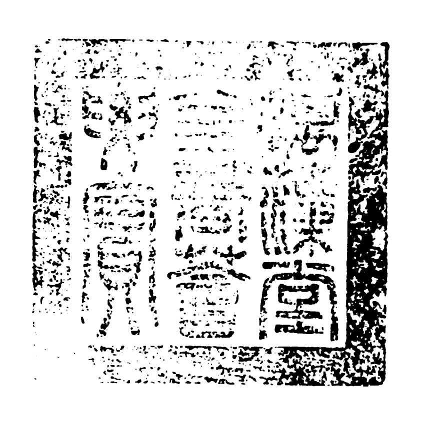
第十二頁後七行半乙斜行自之刋本缺半字今



依數推增

第十三頁前七行一百五十三步刊本五十三訛三十五今依數推改

卷三第十七頁後三行與通勾大差股同法刊本通訛底據圖義推改



總校官候補中書臣吴紹浣

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣丁湘錦